

I-1 - l'élasticité :

Définition :

Élasticité classique est l'étude du comportement des solides déformables, élastiques, isotropes, en petites déformations, avec une loi de comportement linéaire.

L'élasticité classique est donc souvent appelée aussi élasticité linéaire.

I-1-1 - l'élasticité linéaire :

En deçà de leur seuil d'écoulement plastique (matériaux ductiles) ou de rupture (matériaux fragiles) les matériaux cristallins présentent une réponse élastique-linéaire. Elle se traduit donc par une relation de proportionnalité entre la contrainte et la déformation.

I-1-2- Domaines d'élasticité :

I-1-2-a-l'expérience de traction simple :

Limites d'élasticité

La figure I.1 représente le diagramme effort-allongement relevé dans une expérience de traction simple effectuée sur une éprouvette en acier inoxydable (communiqué par H.D. Bui) [2].

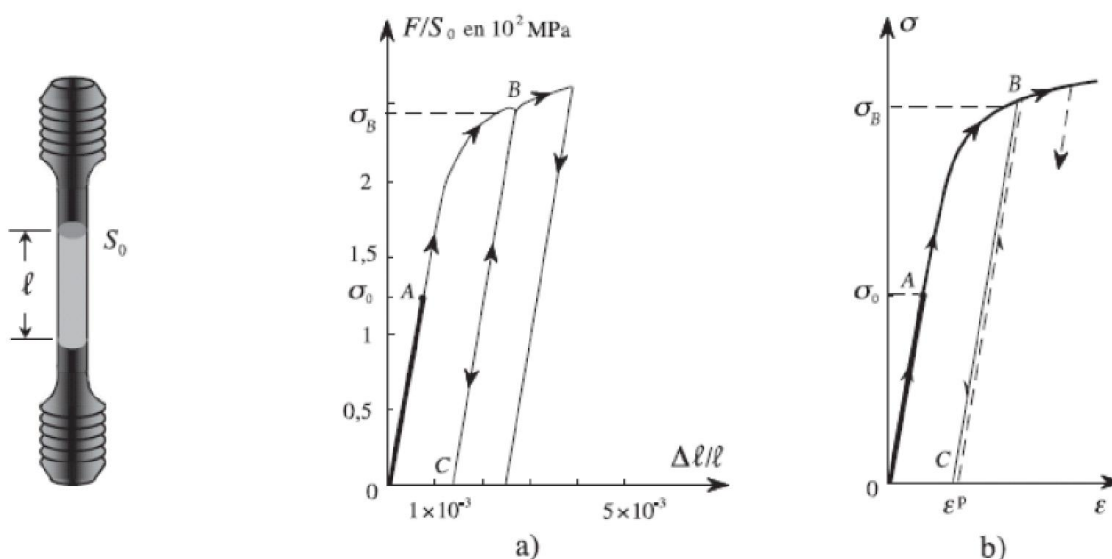


Figure I-1: Expérience de traction simple pour un matériau

L'expérience est effectuée à vitesse de déformation fixée. On constate l'existence d'un Seuil pour la contrainte, soit σ_0 , à partir duquel le comportement du matériau devient Irréversible. L'éprouvette ayant été chargée au-delà de A jusqu'en B, on effectue une Décharge : celle-ci suit sur le diagramme le chemin BC et non le trajet BAO. En Particulier, on note qu'après décharge totale, il reste une déformation de l'éprouvette Représentée par OC sur la figure I.1 a. Cette déformation permanente est la déformation Plastique.

On procède alors à une nouvelle charge : tant que la contrainte reste inférieure à σ_B celle-ci s'effectue en suivant le trajet CB identique, au sens de parcours, à celui décrit lors de la décharge; le comportement demeure réversible tout au long de CB. Quand σ dépasse σ_B , le point figuratif suit la courbe de première charge au-delà de B, c'est-à-dire la courbe représentant la traction sans décharge.

Ainsi lors de la nouvelle charge effectuée à partir de C, σ_B apparaît comme le nouveau seuil en traction. En supposant l'homogénéité de l'état de contrainte et de la déformation dans la partie utile de l'éprouvette, la figure I.1b) donne la représentation du modèle de comportement correspondant pour le matériau sous la forme d'un diagramme reliant la contrainte σ à la déformation ε selon l'axe de l'éprouvette. Sur ce diagramme, σ_0 est la limite initiale d'élasticité ou seuil initial de plasticité. Après charge jusqu'au niveau σ_B ,

La limite actuelle d'élasticité ou seuil actuel de plasticité est égale à σ_B : ce résultat est parfois appelé « Principe de Coulomb » (Bouasse, 1920). La déformation permanente après décharge est la déformation plastique ε_p .

I-2- Plasticité :

Lorsqu'un matériau est sollicité jusqu'à rupture, les essais montrent que la contrainte de rupture R est une grandeur présentant de fortes variations pouvant même dépasser la décade pour certains matériaux et que le mode de ruine dépend de la nature du matériau. Ainsi la rupture peut intervenir brutalement quasi sans déformation préalable pour les matériaux qualifiés aujourd'hui de fragiles, tandis qu'elle n'intervient qu'après une étape de grande déformation permanente pour les matériaux qualifiés aujourd'hui de ductiles.

Nous savons maintenant que les matériaux fragiles rompent brutalement au-delà d'une certaine tension, tandis que les matériaux ductiles s'écoulent plastiquement avant de rompre sous cisaillement. Si la rupture est toujours l'étape ultime de la ruine des structures, elle est précédée d'une étape de plastifications pour les matériaux ductiles.

I-2-1- Le comportement plastique :

Le comportement plastique est celui d'un corps solide qui prend des déformations permanentes sans se fissurer.

On admet généralement que ces déformations permanentes se produisent au-delà d'un seuil de contrainte appelé seuil de plasticité ou limite d'élasticité.

I-2-2- Les critères de plasticité :

I-2-2-a-Critères de Von Misés et de Tresca :

Le critère de Von Misés $J_2 = k^2$ en est la forme la plus simple obtenue lorsque ϕ ne dépend ni de J_3 ni de σ_m .

Comme $|\overline{HM}|^2 = 2J_2 = 2K^2$ c'est un cylindre circulaire d'axe Δ et de rayon $r = \sqrt{2K}$.

D'après (4.2) la résistance au cisaillement τ est $\sigma_c = k$ et d'après (4.1) la résistance à la traction σ est $\sigma_t = K\sqrt{3}$

Le critère de Tresca qui s'écrit $\sigma_1 - \sigma_3 = 2k$ lorsque $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, correspondant à un plan parallèle à Δ et à $O\sigma_2$ coupant l'axe $O\sigma_1$ à l'abscisse $2k$ et dont la trace sur le plan perpendiculaire à Δ est une droite parallèle à $H\sigma_2$. En faisant jouer les symétries le critère de Tresca Sup $|\sigma_i - \sigma_j| = 2k$.

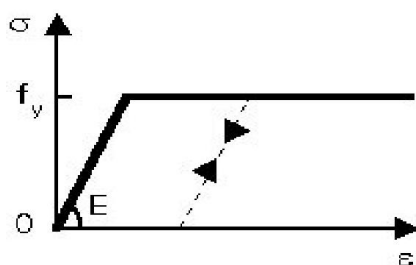
Est un cylindre d'axe Δ ayant pour base, dans le plan perpendiculaire à Δ , un hexagone régulier. D'après $\sigma_1 - \sigma_3 = 2k$ la résistance au cisaillement $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_3 = -\tau$ est $\sigma_c = k$ et la résistance à la traction $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_3 = 0$ est $\sigma_t = 2k$.

I-3-Elasto_plasticité :

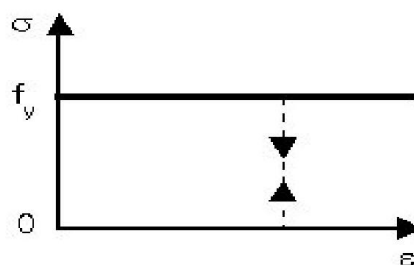
I-3-1- Effet de la plasticité du matériau :

On représente d'habitude le comportement des nuances d'aciers au carbone ou faiblement alliés par la relation contrainte-déformation élasto-plastique parfait.

Lorsque la déformation élastique est faible, le modèle rigide-plastique parfait décrit de façon suffisante le comportement du matériau.



(a) Ideal elastic - plastic



(b) Ideal rigid - plastic

Figure I-2: idealised material behaviour

I-3-2- Modèle de comportement rigide-plastique parfait :

Le comportement rigide-plastique suppose que l'on n'ait ni déformation latérale ni axiale pour des valeurs faibles de l'effort normal, N . Chaque section droite fait l'objet de la même contrainte de compression uniformément répartie $\sigma = N/A$ et la déformation axiale n'est possible que lorsque σ atteint la limite d'élasticité f_y .

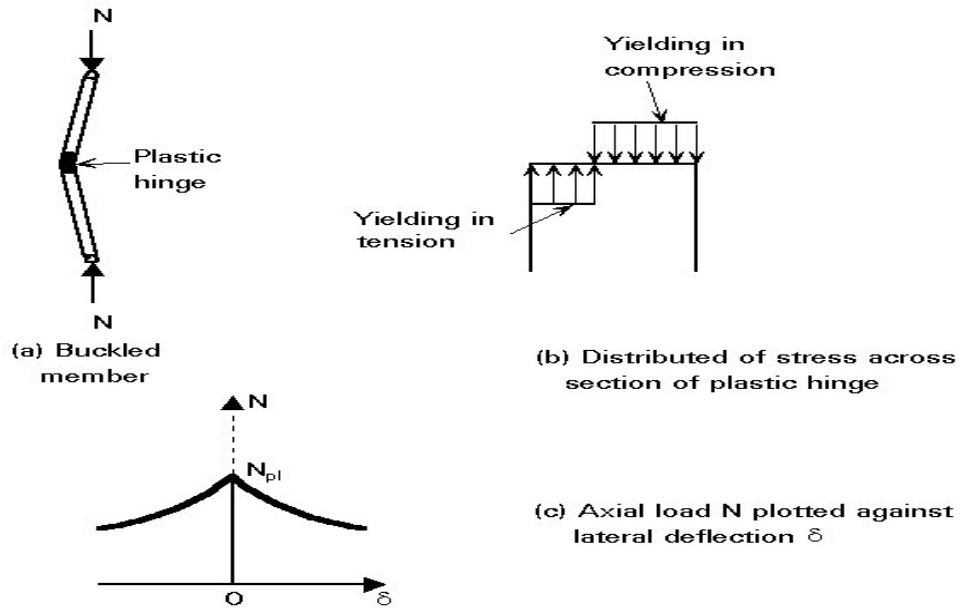


Figure I-3: buckling of initially straight, pinned end strut of ideal rigid-plastic material

A ce stade, une petite perturbation quelconque a pour effet de donner lieu à un déplacement latéral qui crée un moment fléchissant supplémentaire. L'élément s'effondre en raison d'une déformation confinée à une rotule plastique en un point quelconque de sa longueur ; la distribution de contrainte est bi Rectangulaire, la déformation plastique se produisant aussi bien en traction qu'en compression. Après flambement, l'élément reste en équilibre à condition que N devienne plus faible que la charge d'écrasement. Plus le déplacement latéral est grand, plus le moment fléchissant au droit de la rotule plastique est grand et donc plus petit sera l'effort normal correspondant.

I-3-3- Modèle de comportement élasto-plastique parfait :

Lorsque la charge critique de flambement élastique N_{cr} est plus faible que la charge d'écrasement N_{pl} , l'élément reste rectiligne et subit une déformation axiale élastique. Lorsque l'effondrement a lieu par flexion élastique critique à la charge $N = N_{cr}$, le déplacement latéral qui en résulte induit des moments de flexion. L'écoulement se produit, dans la partie centrale de l'élément, en compression et plus rarement en traction.

Quand, par ailleurs, on atteint la charge plastique N_{pl} avant la charge critique de flambement N_{cr} , le comportement est similaire à celui d'un barreau rigide-plastique, mais avec déformations axiales élastiques et de flexion supplémentaires.

I-3-4- Courbe de résistance d'un barreau parfait :

L'analyse du flambement d'un poteau élastique fait ressortir l'influence de l'élancement, $\lambda = l / i$ sur la résistance ; λ désigne la longueur de flambement du barreau, égale à la longueur de l'élément lorsque le barreau est bi articulé et $i = \sqrt{I / A}$ désigne le rayon de giration pour le plan de flambement de flexion considéré. L'intersection entre l'hyperbole de flambement

$\sigma = \sigma_{cr} = \pi^2 E / \lambda^2$ et la droite de compression limite $\sigma = f_y$ donne la valeur $\lambda_1 = \pi \frac{\sqrt{E}}{\sqrt{f_y}}$

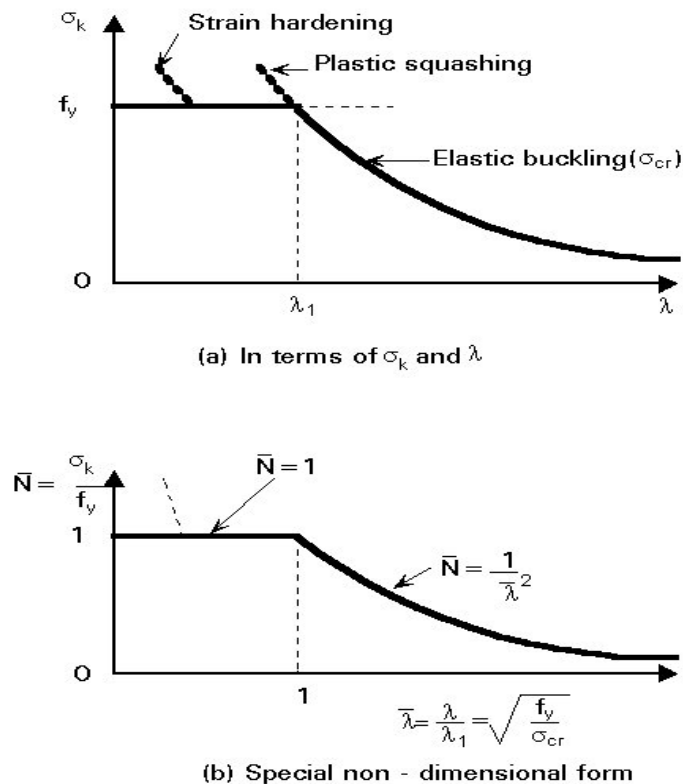


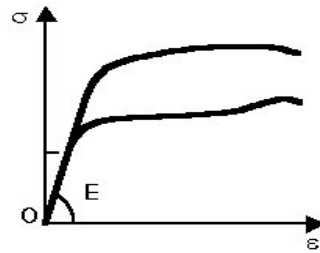
FIGURE I-4: strength curves for initially straight, pin _ ended strut of ideal elastic _ plastic material

L'effondrement se produit alors par écrasement plastique pour $\lambda < \lambda_1$ et par flambement élastique quand $\lambda > \lambda_1$.

D'habitude on dessine la courbe sous une forme normalisée, où $\bar{N} = \sigma_k / f_y$ est représenté par rapport à $\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1$, de telle sorte que l'écrasement plastique ($\bar{N} = 1$) et le flambement élastique $\bar{N} = 1 / \bar{\lambda}^2$ se coupent pour $\bar{\lambda} = 1$.

I-3-5- Effets du comportement Elston-plastique réel sur le matériau :

Si l'on compare le diagramme contrainte déformation réel avec le comportement élasto- plastique parfait, on voit apparaître trois différences principales :

FIGURE I-5: σ - ε relations for high-strength steels

- a) Pour des déformations importantes, le matériau peut subir un écrouissage.
- b) La déformation est limitée à une valeur maximale, au-delà de laquelle le matériau se rompt.
- c) Le point d'écoulement plastique peut ne pas être clairement défini.

L'écrouissage n'affecte pas le premier écoulement plastique mais contribue à une augmentation de la charge d'effondrement. En pratique, on néglige les effets bénéfiques dus à l'écrouissage. D'autres types d'acier montrent des comportements contrainte-déformation différents ; en particulier les aciers à haute résistance n'ont pas d'habitude un point d'écoulement plastique clairement défini et peuvent être classés de la manière suivante :

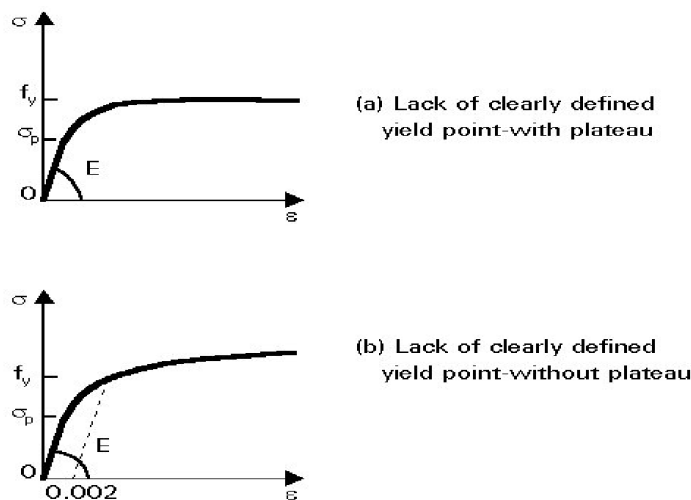


FIGURE I-6: non-ideal elastic-plastic behaviour (high-strength steel)

1. Ceux qui ont des courbes contrainte-déformation avec une zone élastique réduite à la limite de proportionnalité σ_p , avec le plateau d'écoulement plastique pour $\sigma = f_y > \sigma_p$.
2. Ceux qui ont une zone élastique similaire, mais pas de plateau d'écoulement plastique, l'écrouissage existant dans tout le domaine inélastique. Dans ce cas la limite d'élasticité, f_y , est généralement remplacée par la contrainte conventionnelle à 0,2 %.

Cette absence de point d'écoulement plastique clairement défini a pour résultats :

- Un barreau élancé ($\lambda \geq \lambda_p$, avec $\lambda_p = \pi \sqrt{E/\sigma_p}$) s'effondrera par flambement élastique aussi longtemps que σ_{cr} ne dépasse pas σ_p ,
- Un élément très massif s'effondrera par écrasement plastique axial sans déplacement latéral,
- Pour la gamme des rapports d'élancements intermédiaires ($\lambda \leq \lambda_p$), la rigidité du matériau en contrainte résistante $\sigma > \sigma_p$ diminue progressivement tandis que la contrainte augmente au-delà de σ_p ; le flambement inélastique peut se produire pour une valeur de charge inférieure à la fois à la charge d'écrasement et la force critique élastique.

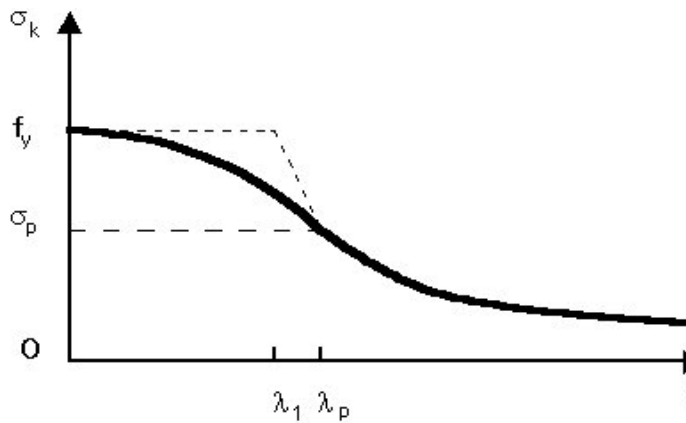


FIGURE I- 7 strength curve for initially straight pin _ ended struts of non _ ideal elastic _ plastic behaviour (strain hardening disregarded)